

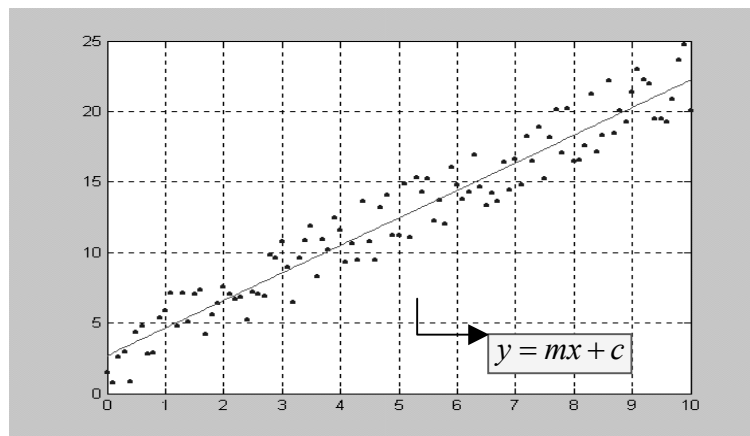
BAB 9

Regresi Linier, Regresi Eksponensial dan Regresi Polinomial

Regresi adalah sebuah teknik untuk memperoleh persamaan kurva pendekatan dari titik-titik data

Regresi Linier

Regresi linier digunakan menentukan fungsi linier (garis lurus) yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui.



Gambar 23.1. Sebaran data dengan kurva linier

Dalam regresi linier ini yang dicari adalah nilai m dan c dari fungsi linier $y=mx+c$, dengan:

$$m = \frac{N \sum_{n=1}^N x_n y_n - \left(\sum_{n=1}^N x_n \right) \left(\sum_{n=1}^N y_n \right)}{N \sum_{n=1}^N x_n^2 - \left(\sum_{n=1}^N x_n \right)^2}$$

$$c = \frac{\sum_{n=1}^N y_n}{N} - m \frac{\sum_{n=1}^N x_n}{N} = \bar{y} - m\bar{x}$$

Algoritma Regresi Linier

- (1) Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i, y_i) untuk $i=1,2,3,\dots,N$
- (2) Hitung nilai m dan c dengan menggunakan formulasi dari regresi linier di atas
- (3) Tampilkan fungsi linier
- (4) Hitung fungsi linier tersebut dalam range x dan step dx tertentu
- (5) Tampilkan hasil tabel (x_n, y_n) dari hasil fungsi linier tersebut.

Regresi Eksponensial

Regresi eksponensial digunakan menentukan fungsi eksponensial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui. Regresi eksponensial ini merupakan pengembangan dari regresi linier dengan memanfaatkan fungsi logaritma.

Perhatikan :

$$y = e^{-ax+b}$$

dengan melogaritmakan persamaan di atas akan diperoleh:

$$\ln y = \ln(e^{ax+b})$$

$$\ln y = ax + b$$

atau dapat dituliskan bahwa:

$$z = ax + b \text{ dimana } z = \ln y$$

Dengan demikian dapat digunakan regresi linier dalam menentukan fungsi eksponensial yang paling sesuai dengan data.

Algoritma Regresi Eksponensial

- (1) Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i, y_i) untuk $i=1,2,3,\dots,N$
- (2) Ubah nilai y menjadi z dengan $z = \ln y$
- (3) Hitung nilai a dan b dengan menggunakan formulasi dari regresi linier di atas
- (4) Tampilkan fungsi eksponensial $y = e^{-ax+b}$
- (5) Hitung fungsi eksponensial tersebut dalam range x dan step dx tertentu
- (6) Tampilkan hasil tabel (x_n, y_n) dari hasil fungsi eksponensial tersebut.

Regresi Polinomial

Regresi polinomial digunakan menentukan fungsi polynomial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui.

Fungsi pendekatan :

$$y = a_0 + a_1x + a_1x^2 + \dots + a_nx^n$$

Regresi polinomial tingkat n dikembangkan dari model matrik normal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^n & \sum_{i=1}^n x_i^{n+1} & \sum_{i=1}^n x_i^{n+2} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{2n} \\ \sum_{i=1}^n x_i^{n-1} & \sum_{i=1}^n x_i^n & \sum_{i=1}^n x_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{2n-1} \\ \sum_{i=1}^n x_i^{n-2} & \sum_{i=1}^n x_i^{n-1} & \sum_{i=1}^n x_i^n & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{2n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ \dots \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^{n-1} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^{n-2} y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}$$

Hasil dari model matrik normal di atas adalah nilai-nilai $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

Algoritma Regresi Polinomial

- (1) Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i, y_i) untuk $i=1,2,3,\dots,N$
- (2) Hitung nilai-nilai yang berhubungan dengan jumlahan data untuk mengisi matrik normal
- (3) Hitung nilai koefisien-koefisien $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ dengan menggunakan eliminasi gauss/jordan
- (4) Tampilkan fungsi polinomial $y = a_0 + a_1x + a_1x^2 + \dots + a_nx^n$
- (5) Hitung fungsi polinomial tersebut dalam range x dan step dx tertentu
- (6) Tampilkan hasil tabel (x_n, y_n) dari hasil fungsi polinomial tersebut.