

## BAB 8

### Interpolasi Linier, Kuadratik, Polinomial, dan Lagrange

#### Tujuan :

Mempelajari berbagai metode Interpolasi yang ada untuk menentukan titik-titik antara dari n buah titik dengan menggunakan suatu fungsi pendekatan tertentu.

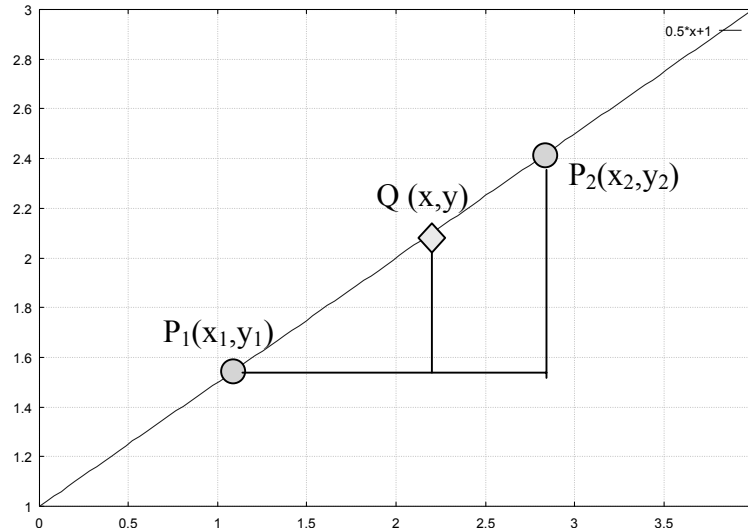
Metode Interpolasi yang dipelajari :

1. Interpolasi Linier
2. Interpolasi Kuadratik
3. Interpolasi Polinomial
4. Interpolasi Lagrange

#### Dasar Teori :

##### Interpolasi Linier

Menentukan titik-titik antara dari 2 buah titik dengan menggunakan garis lurus.



Gambar 22.1. Kurva untuk interpolasi linier

Persamaan garis lurus yang melalui 2 titik  $P_1(x_1, y_1)$  dan  $P_2(x_2, y_2)$  dapat dituliskan dengan:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Sehingga diperoleh persamaan dari interpolasi linier sebagai berikut:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

### Algoritma Interpolasi Linier :

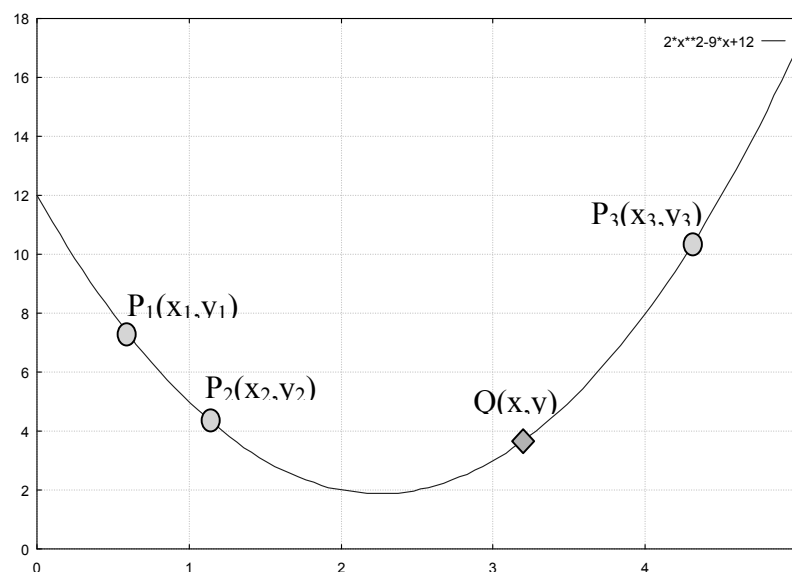
- (1) Tentukan dua titik P1 dan P2 dengan koordinatnya masing-masing (x1,y1) dan (x2,y2)
- (2) Tentukan nilai x dari titik yang akan dicari
- (3) Hitung nilai y dengan :

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

- (4) Tampilkan nilai titik yang baru Q(x,y)

### Interpolasi Kuadratik

Interpolasi Kuadratik digunakan untuk mencari titik-titik antara dari 3 buah titik P1(x1,y1), P2(x2,y2) dan P3(x3,y3) dengan menggunakan pendekatan fungsi kuadrat.



Gambar 22.2. Kurva untuk interpolasi kuadratik

Untuk memperoleh titik Q(x,y) digunakan interpolasi kuadratik sebagai berikut:

$$y = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

### Algoritma Interpolasi Kuadratik:

- (1) Tentukan 3 titik input P1(x1,y1), P2(x2,y2) dan P3(x3,y3)
- (2) Tentukan nilai x dari titik yang akan dicari

- (3) Hitung nilai  $y$  dari titik yang dicari menggunakan rumus dari interpolasi kuadratik:

$$y = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

- (4) Tampilkan nilai  $x$  dan  $y$

## Interpolasi Polinomial

Interpolasi polynomial digunakan untuk mencari titik-titik antara dari  $n$  buah titik  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $P_3(x_3, y_3)$ , ...,  $P_N(x_N, y_N)$  dengan menggunakan pendekatan fungsi polynomial pangkat  $n-1$ :

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1}$$

Masukkan nilai dari setiap titik ke dalam persamaan polynomial di atas dan diperoleh persamaan simultan dengan  $n$  persamaan dan  $n$  variable bebas:

$$y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + a_3x_1^3 + \dots + a_{n-1}x_1^{n-1}$$

$$y_2 = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + a_3x_2^3 + \dots + a_{n-1}x_2^{n-1}$$

$$y_3 = a_0 + a_1x_3 + a_2x_3^2 + a_3x_3^3 + \dots + a_{n-1}x_3^{n-1}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$y_n = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + a_3x_n^3 + \dots + a_{n-1}x_n^{n-1}$$

Penyelesaian persamaan simultan di atas adalah nilai-nilai  $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  yang merupakan nilai-nilai koefisien dari fungsi pendekatan polynomial yang akan digunakan.

Dengan memasukkan nilai  $x$  dari titik yang dicari pada fungsi polinomialnya, akan diperoleh nilai  $y$  dari titik tersebut.

## Algoritma Interpolasi Polynomial :

- (1) Menentukan jumlah titik  $N$  yang diketahui.
- (2) Memasukkan titik-titik yang diketahui  $P_i = (x_i, y_i)$  untuk  $i=1,2,3,\dots,N$
- (3) Menyusun augmented matrik dari titik-titik yang diketahui sebagai berikut:

$$J = \left[ \begin{array}{ccccc|c} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} & y_1 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} & y_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \dots & x_3^{n-1} & y_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} & y_n \end{array} \right]$$

(4) Menyelesaikan persamaan simultan dengan augmented matrik di atas dengan menggunakan metode eliminasi gauss/Jordan.

(5) Menyusun koefisien fungsi polynomial berdasarkan penyelesaian persamaan simultan di atas.

$$a = \{a_i | a_i = J(i, n), 0 \leq i \leq n-1\}$$

(6) Memasukkan nilai x dari titik yang diketahui

(7) Menghitung nilai y dari fungsi polynomial yang dihasilkan

$$y = \sum_{i=0}^{N-1} a_i x^i$$

(8) Menampilkan titik (x,y)

## Interpolasi Lagrange

Interpolasi polynomial digunakan untuk mencari titik-titik antara dari n buah titik  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $P_3(x_3, y_3)$ , ...,  $P_N(x_N, y_N)$  dengan menggunakan pendekatan fungsi polynomial yang disusun dalam kombinasi deret dan didefinisikan dengan:

$$y = \sum_{i=1}^N y_i \prod_{j \neq i} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

### Algoritma Interpolasi Lagrange :

(1) Tentukan jumlah titik (N) yang diketahui

(2) Tentukan titik-titik  $P_i(x_i, y_i)$  yang diketahui dengan  $i=1,2,3,\dots,N$

(3) Tentukan x dari titik yang dicari

(4) Hitung nilai y dari titik yang dicari dengan formulasi interpolasi lagrange

$$y = \sum_{i=1}^N y_i \prod_{j \neq i} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

(5) Tampilkan nilai (x,y)