

Persamaan Beda

Sebuah sistem LTI bisa dinyatakan melalui persamaan beda:

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n - k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n - k] \quad (1)$$

Jika $a_N \neq 0$, maka persamaan beda berorde-N

Pers. (1) dapat ditulis sbb:

$$y(n) = \sum_{k=0}^M b_k x[n - k] - \sum_{k=1}^N a_k y[n - k] \quad (2)$$

Penyelesaian persamaan beda ini dalam bentuk:

$$y(n) = y_h(n) + y_p(n)$$


Bagian homogen

Bagian partikular

SOLUSI HOMOGEN

(respon masukan nol)

Solusi homogen diperoleh dengan meng-nol-kan bagian kiri dari pers. (1). Bentuk umumnya dinyatakan dengan

$$y_h(n) = \sum_{k=1}^N c_k z_k^n$$

dengan z_k , $k=1, \dots, N$ merupakan N akar dari persamaan karakteristik:

$$\sum_{k=0}^N a_k z^k = 0$$

Persamaan karakteristik ini dapat digunakan untuk menentukan **stabilitas** sistem. Jika akar-akar z_k memenuhi kondisi berikut:

$$|z_k| < 1, \quad k = 1, \dots, N$$

Sistem dalam Pers. (1) stabil

CONTOH

Tentukan solusi homogen dr sistem yang dinyatakan dengan pers. Beda berikut:

$$y[n] - 3y[n - 1] - 4y[n - 2] = x[n] + 2x[n - 1]$$

Dengan $x[n]$ adalah sinyal unit step.

SOLUSI PARTIKULIR

solusi partikular(khusus), $y_p[n]$, dibutuhkan untuk memenuhi pers beda untuk sinyal masukan khusus, $x[n]$, $n \geq 0$.

Dengan kata lain, $y_p[n]$ adalah setiap solusi khusus yang memenuhi:

$$\sum_{k=0}^N a_k y_p[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

untuk menyelesaikannya, diasumsikan $y_p[n]$ adalah suatu bentuk yang bergantung pada bentuk sinyal masukan $x[n]$.

Bentuk Umum Solusi partikular

Sinyal masukan $x[n]$	Solusi khusus $y[n]$
A (konstanta)	K
AM^n	KM^n
An^M	$K_0n^M + K_1n^{M-1} + \dots + K_M$
$A^n n^M$	$A^n (K_0n^M + K_1n^{M-1} + \dots + K_M)$
$A \cos(w_0 n)$	$K_1 \cos(w_0 n) + K_2 \sin(w_0 n)$
$A \sin(w_0 n)$	$K_1 \cos(w_0 n) + K_2 \sin(w_0 n)$

CONTOH

- (1) Tentukan solusi partikular dr sistem yang dinyatakan dengan pers. Bada berikut:

$$y[n] = \frac{5}{6} y[n-1] - \frac{1}{6} y[n-2] + x[n]$$

Dengan $x[n]=2^n u[n]$ adalah sinyal unit step.

- (2) Tentukan solusi total dr sistem yang dinyatakan dengan pers. Bada berikut:

$$y[n] - 3y[n-1] - 4y[n-2] = x[n] + 2x[n-1]$$

Dengan $x[n]=4^n u[n]$

Respon Impuls dalam Sistem Reekursif

Respon impuls, $h[n]$, dari suatu sistem LTI yang dinyatakan dalam pers. beda (sistem reekursif) sama dengan **respon keadaan nol** sistem bila masukan $x[n] = d[n]$.

Sedangkan solusi khususnya $y_p[n] = 0$.

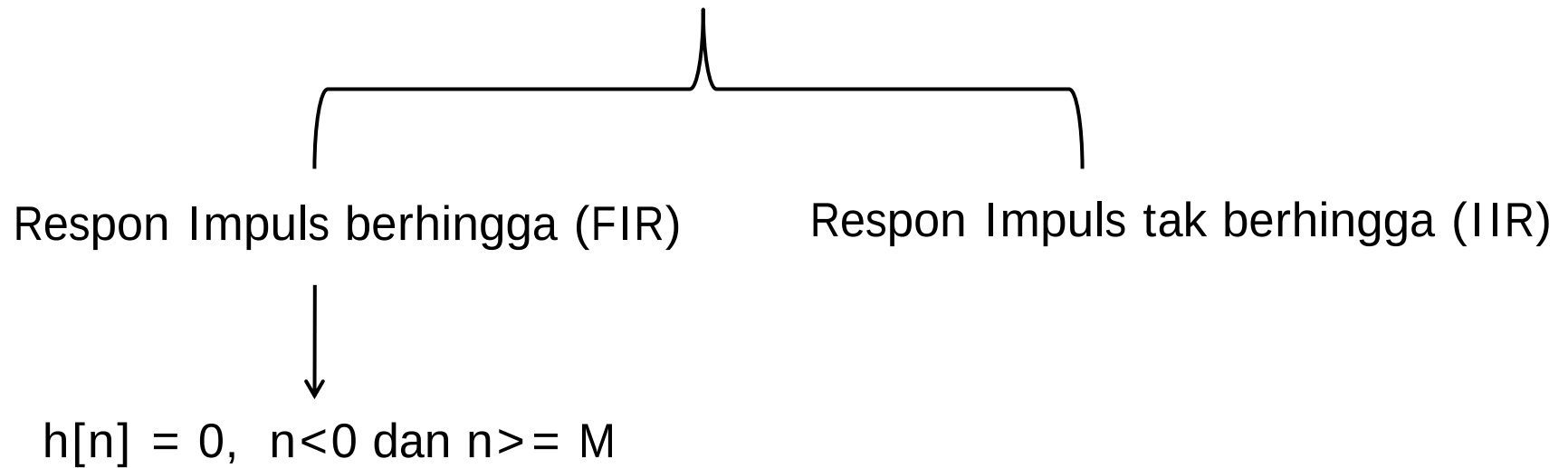
Contoh:

Tentukan respon impuls $h[n]$ untuk sistem yang didefinisikan dengan persamaan beda orde ke-2

$$y[n] - 3y[n-1] - 4y[n-2] = x[n] + 2x[n-1]$$

FIR dan IIR

Sistem LTI berdasarkan respon impulsnya



Soal-Soal Latihan

- (1) Tentukan solusi total dan respon impuls dari persamaan beda berikut:

$$y[n] = \frac{5}{6} y[n-1] - \frac{1}{6} y[n-2] + x[n]$$

Bila $x[n] = 2^n u[n]$

- (2) Tentukan respon impuls dari sistem yang dideskripsikan persamaan beda berikut:

a) $y[n] = 0.6 y[n-1] - 0.08 y[n-2] + x[n]$

b) $y[n] = 0.7 y[n-1] - 0.1 y[n-2] + 2 x[n] - x[n-2]$

Soal-Soal Latihan

(3) Tentukan solusi total dan respon impuls dari persamaan beda berikut:

$$y[n] - 16 y[n - 1] + 15 y[n - 2] = x[n]$$

Bila $x[n] = 5n - 2$

Tugas

Konvolusi dua sinyal $x(n)$ dan $h(n)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x(k)h(n-k)$$

Operasi konvolusi pada Matlab sangat mudah dilakukan, yaitu menggunakan fungsi `conv(x,h)`,

Buat program untuk mengkonvolusi dua buah sinyal (sinyal elementer).