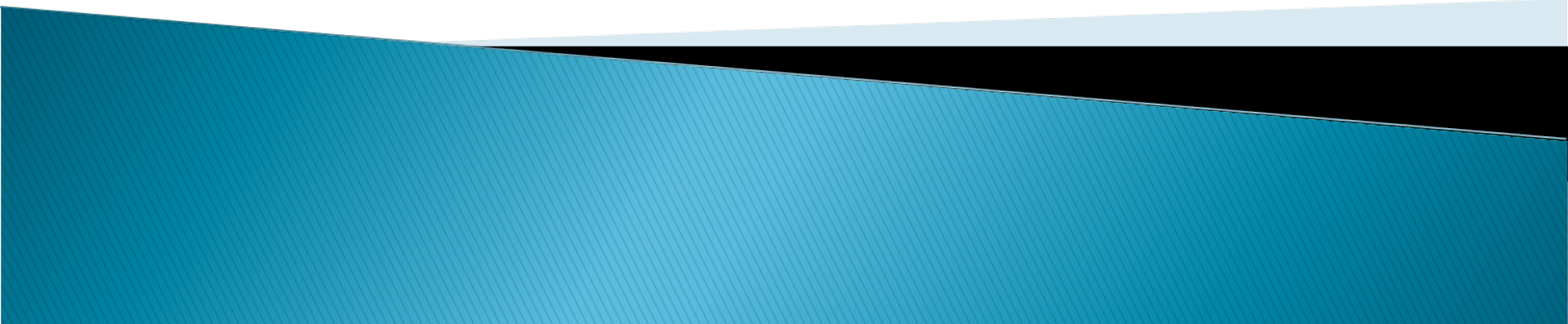


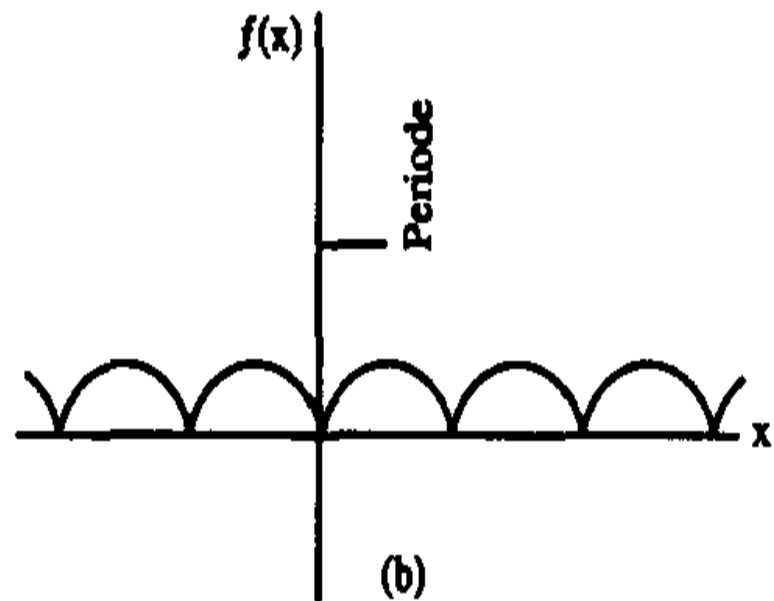
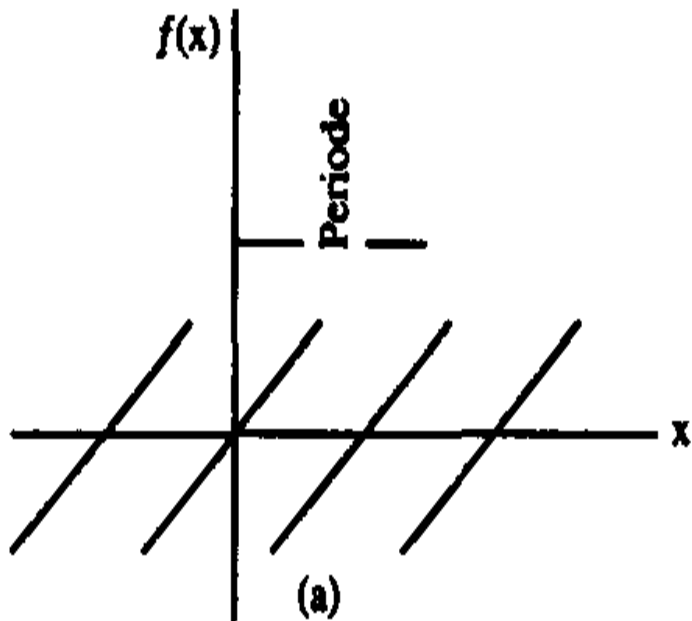
MATEMATIKA 3_3



FUNGSI GANJIL DAN GENAP

Suatu fungsi $f(x)$ dinamakan *ganjil* jika $f(-x) = -f(x)$. Jadi x^3 , $x^5 - 3x^3 + 2x$, $\sin x$, $\tan 3x$ semuanya adalah fungsi ganjil.

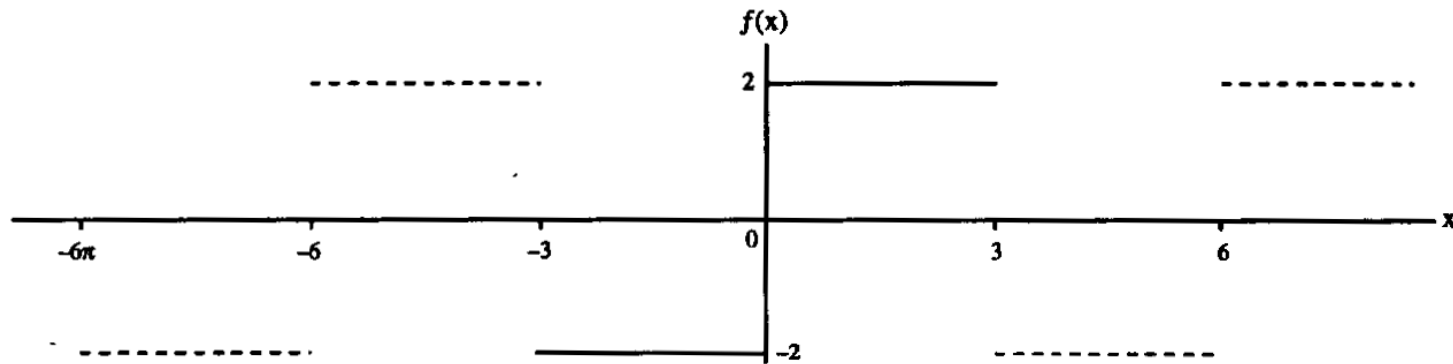
Suatu fungsi $f(x)$ dinamakan *genap* jika $f(-x) = f(x)$. Jadi x^4 , $2x^6 - 4x^2 + 5$, $\cos x$, $e^x + e^{-x}$ semuanya adalah fungsi genap.



Contoh 1

$$f(x) = \begin{cases} 2 & 0 < x < 3 \\ -2 & -3 < x < 0 \end{cases} \quad \text{Periode} = 2\pi$$

Dari Gambar 10.7 di bawah dapat dilihat bahwa fungsi tersebut tidak ganjil dan tidak genap.

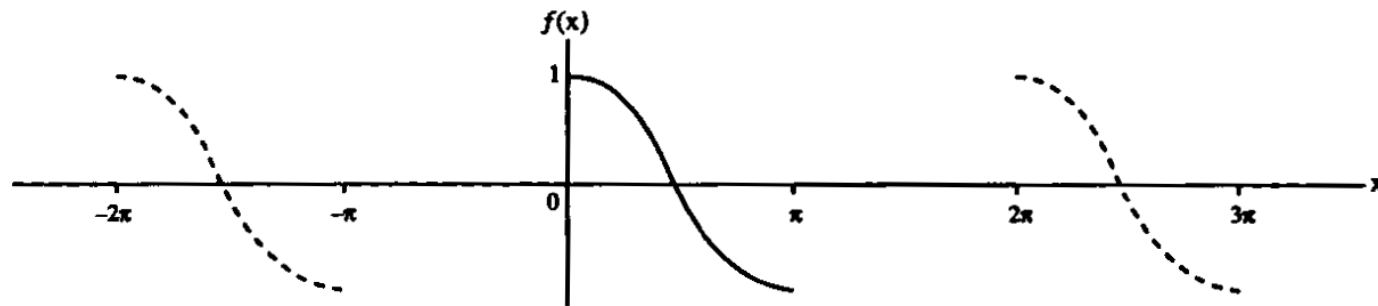


Gambar 10-7

Contoh 2

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x < \pi \\ 0 & \pi < x < 2\pi \end{cases} \quad \text{Periode} = 2\pi$$

Dari Gambar 10-8 di bawah dapat dilihat bahwa fungsi tersebut tidak ganjil dan tidak genap.

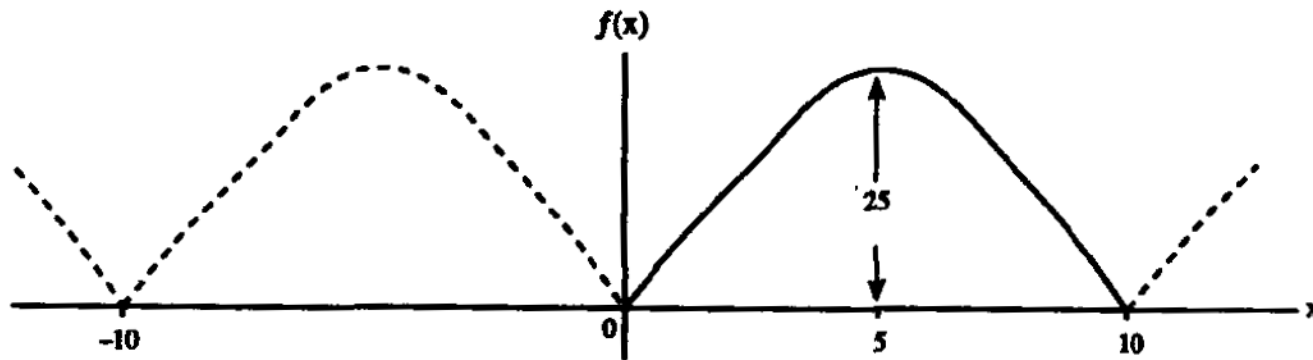


Gambar 10-8

Contoh 3

$$f(x) = x(10 - x), \quad 0 < x < 10, \quad \text{Periode} = 10$$

Dari Gambar 10-9 di bawah dapat dilihat bahwa fungsi tersebut genap.



Gambar 10-9

Buktikan

$$\int_{-L}^L \sin \frac{k\pi x}{L} dx = \int_{-L}^L \frac{k\pi x}{L} dx = 0 \text{ jika } k = 1, 2, 3, \dots$$

JAWABAN

$$\int_{-L}^L \sin \frac{k\pi x}{L} dx = -\frac{L}{k\pi} \cos \frac{k\pi x}{L} \Big|_{-L}^L = -\frac{L}{k\pi} \cos k\pi + \frac{L}{k\pi} \cos (-k\pi) = 0$$

$$\int_{-L}^L \cos \frac{k\pi x}{L} dx = \frac{L}{k\pi} \sin \frac{k\pi x}{L} \Big|_{-L}^L = \frac{L}{k\pi} \sin k\pi - \frac{L}{k\pi} \sin (-k\pi) = 0$$

Buktikan _2

$$\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ L & m = n \end{cases}$$

di mana m dan n dapat diandaikan $1, 2, 3, \dots$

Jawaban _2

Dari trigonometri : $\cos A \cos B = \frac{1}{2}\{\cos(A - B) + \cos(A + B)\}$, $\sin A \sin B = \frac{1}{2}\{\cos(A - B) - \cos(A + B)\}$.

Jika $m \neq n$, maka menurut Soal 10.2.

$$\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left\{ \cos \frac{(m-n)\pi x}{L} + \cos \frac{(m+n)\pi x}{L} \right\} dx = 0$$

Dengan cara yang sama, jika $m \neq n$, maka

$$\int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left\{ \cos \frac{(m-n)\pi x}{L} - \cos \frac{(m+n)\pi x}{L} \right\} dx = 0$$

Jika $m = n$, kita mempunyai

$$\int_{-L}^L \cos \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left(1 + \cos \frac{2n\pi x}{L} \right) dx = L$$

$$\int_{-L}^L \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi x}{L} dx = \frac{1}{2} \int_{-L}^L \left(1 - \cos \frac{2n\pi x}{L} \right) dx = L$$

$L_n j_t$

Perhatikanlah bahwa $m = n = 0$, maka integral ini berturut-turut sama dengan $2L$ dan 0 .

soal

Uraikanlah $f(x) = x^2$, $0 < x < 2\pi$ dalam suatu deret Fourier jika (a) periodenya 2π , (b) periodenya tidak ditetapkan.

