

PENDAHULUAN Matematika Diskrit

Gambaran Singkat

- **Matematika Diskrit**, juga dinamakan **finite mathematics**, adalah studi tentang matematika yang membahas obyek diskrit, di dalamnya tidak mendukung atau membutuhkan notasi dari bentuk kontinu. Semua obyek yang dipelajari merupakan bentuk matematika terbatas seperti [countable sets](#), [integers](#), finite [graphs](#), and [formal languages](#).
- Beda Diskrit dan Analog



Gambaran Singkat

- Macam problem yg dpt dipecahkan dgn Matematika diskrit:
 - Berapa banyak alamat internet valid yg mungkin pd suatu sistim komputer?
 - Bagaimana memetakan generik manusia? (Genome project)
 - Berapa probabilitas menang suatu undian?
 - Apakah ada link antara dua komputer dlm suatu network?
 - Bagaimana mengatur jadwal take-off/landing/parkir pswt di bandara?
 - Bagaimana menentukan lintasan terpendek antar kota?
 - Bagaimana mengurutkan suatu kumpulan data?

Mengapa Belajar Matematika Diskrit

- Pondasi untuk Mata Kuliah [VI](#). Diantaranya Teori Graph digunakan pada MK Jaringan, Sistem Operasi. Teori Himpunan dan Relasi digunakan dalam Rekayasa Perangkat Lunak dan Basis Data
- Untuk Memahami Teknik Komputasional Lebih Lanjut, mahasiswa harus mempunyai dasar yang kuat, yang salah satunya didapat dari Matematika Diskrit.
Contoh :
Berapa banyak alamat internet valid yg mungkin pd suatu sistem komputer?
- Latarbelakang utk [memecahkan problem](#) dalam riset operasi, kimia, teknik, biologi, telekomunikasi.

Materi Perkuliahan:

- **Fungsi, Relasi, dan Himpunan**
 - Fungsi (surjections, injections, Invers, Komposisi)
 - Relasi (Relasi Refleksi, Simetri, Transitif, Ekuivalen)
 - Himpunan (Diagram Venn, Komplemen, Produk Kartesian, Kekuatan Himpunan)
- **Dasar-dasar Logika**
 - Proposisi
 - Operasi Logika
 - Tautology dan Kontradiksi
 - Konversi, Kontraposisif & Invers
 - Ekspresi Logika
 - Predikat & Kuantifier
 - Aturan Inferensi
 - Modus ponens and modus tollens

Materi Perkuliahan:

- **Metode Pembuktian**
 - Lambang dari implikasi, konversi, inversi, kontraposisif, negasi dan kontradiksi.
 - Struktur Pembuktian Normal
 - Pembuktian Langsung
 - Bukti dengan counterexample
 - Bukti dengan Kontraposisi
 - Bukti dengan Kontradiksi
 - Induksi Matematis
 - Induksi Kuat
 - Definisi Matematik untuk Proses Rekursi

Materi Perkuliahan:

- **Dasar-dasar Pencacahan (*Counting*)**
 - Pernyataan Pencacahan
 - Aturan Penjumlahan dan Perkalian
 - Prinsip Inklusi-Eksklusi
 - Progress Arithmetic and geometric
 - Deret Fibonacci
 - Prinsip Sarang Merpati
 - Permutasi dan Kombinasi
 - Definisi Mendasar
 - Identifikasi Pascal
 - Teorema Binomial
 - Penyelesaian Relasi Berulang
 - Contoh Umum
 - Teorema Master

Materi Perkuliahan:

- **Graph dan tree**
 - Tree
 - Graph Tidak Berarah
 - Graph Tidak Berarah
 - Spanning trees
 - Strategi Kunjungan (Traversal)
- **Peluang Diskrit**
 - Ruang Probabilitas Terbatas, Ukuran Probabilitas, Kejadian
 - Probabilitas Conditional, independence, Teorema Bayes'
 - Integer random variables, expectation

Pustaka

- *Rinaldi Munir, Matematika Diskrit, Informatika Bandung, 2001*
- *Seymour Lipschutz, Discrete Mathematics, McGraw-Hill, 1997*
- *Kenneth H. Rosen, Discrete Mathematics and its Applications*

Kalkulus Logika & Proposisi

Pendahuluan

Banyak argumen dalam matematika dan algoritma dalam ilmu komputer yang menggunakan ekspresi logika, seperti:

- IF p THEN q
- IF p_1 AND p_2 THEN q_1 OR q_2

Dari pernyataan logik ini penting bagi kita untuk mengetahui faktor kebenaran ekspresi (benar atau salah).

Proposisi & Proposisi Gabungan

Proposisi (atau pernyataan) adalah kalimat deklaratif yang bernilai benar atau salah. Perhatikan contoh 8 kalimat di bawah ini:

- Paris berada di Perancis
- $1 + 1 = 2$
- $2 + 2 = 3$
- London berada di Denmark
- $9 < 6$
- $X = 2$ adalah satu-satunya solusi untuk $x^2 = 4$
- Kemana kamu pergi?
- Kerjakan tugasmu!

Semua kalimat di atas proposisi kecuali kalimat vii dan viii. Proposisi i, ii, vi bernilai benar dan iii, iv, v bernilai salah.

Proposisi Gabungan

Beberapa proposisi dapat digabungkan, dinamakan proposisi gabungan. Berikut ini contoh proposisi gabungan:

- "Mawar berwarna merah dan Violet berwarna biru", adalah gabungan dari proposisi "Mawar berwarna merah" dan "Violet berwarna biru"
- "Ahmad adalah mahasiswa yang pandai dan belajar setiap malam" adalah gabungan dari "Ahmad adalah mahasiswa yang pandai" dan "Ahmad belajar setiap malam"

Operasi Logika Dasar

Konjungsi:

Dua proposisi dapat digabungkan dengan menggunakan kata hubung "dan", dinamakan konjungsi. Dinotasikan:

$$p \wedge q$$

Nilai kebenaran : Jika p dan q bernilai benar, maka $p \wedge q$ bernilai benar, jika tidak, maka $p \wedge q$ bernilai salah.

Contoh:

- Paris berada di Perancis dan $2 + 2 = 4$
- Paris berada di Perancis dan $2 + 2 = 5$
- Paris berada di Inggris dan $2 + 2 = 4$
- Paris berada di Inggris dan $2 + 2 = 5$

Operasi Logika Dasar

Disjungsi:

Dua proposisi dapat digabungkan dengan menggunakan kata hubung "atau", dinamakan disjungsi. Dinotasikan:

$$p \vee q$$

Nilai kebenaran : Jika p dan q bernilai salah, maka $p \vee q$ bernilai salah, jika tidak, maka $p \vee q$ bernilai benar.

Contoh:

- Paris berada di Perancis atau $2 + 2 = 4$
- Paris berada di Perancis atau $2 + 2 = 5$
- Paris berada di Inggris atau $2 + 2 = 4$
- Paris berada di Inggris atau $2 + 2 = 5$

Operasi Logika Dasar

Negasi:

Operasi ini ditandai dengan kata tidak/bukan atau bukanlah suatu kenyataan. Dinotasikan:

$$\neg p$$

Nilai kebenaran : Jika p bernilai benar, maka $\neg p$ bernilai salah, jika p bernilai salah, maka $\neg p$ bernilai benar.

Contoh:

- Paris berada di Perancis.
- Bukanlah suatu kenyataan bahwa Paris berada di Perancis.
- Paris tidak berada di Perancis.
- $2 + 2 = 4$.
- Bukanlah suatu kenyataan bahwa $2 + 2 = 5$.
- $2 + 2 \neq 5$.

Tabel Kebenaran Operasi Logika Dasar

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

p	$\neg p$
B	S
S	B

Latihan

Buatlah tabel kebenaran dari:

- $\neg p \vee q$
- $\neg(p \wedge \neg q)$
- $(p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg r)$

Tautologi & Kontradiksi

- Tautologi adalah operasi yang selalu menghasilkan nilai benar
Contoh : $p \vee \neg p$, $(p \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg q)$
- Lawan dari tautologi adalah Kontradiksi, yaitu operasi yang selalu menghasilkan nilai salah
Contoh : $p \wedge \neg p$



Hukum Aljabar Operasi Proposisi

- $p \vee p \equiv p$
 $p \wedge p \equiv p$ (Hukum Idempotent)
- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
 $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ Hukum Asosiatif
- $p \vee q \equiv q \vee p$
 $p \wedge q \equiv q \wedge p$ Hukum Komutatif
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ Hukum Distributif
- $p \vee S \equiv p$, $p \vee B \equiv B$
 $p \wedge B \equiv p$, $p \wedge S \equiv S$ Hukum Identitas
- $p \vee \neg p \equiv B$, $p \wedge \neg p \equiv S$
 $\neg B \equiv S$, $\neg S \equiv B$ Hukum Komplemen
- $\neg \neg p \equiv p$ Hukum Involusi
- $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ Hukum De Morgan
 $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$



Conditional dan Biconditional

Kondisional ditandai dengan kalimat "Jika p maka q ", dinotasikan:

$$p \rightarrow q$$

Bikondisional ditandai dengan kalimat " p jika dan hanya jika q ", dinotasikan:

$$p \leftrightarrow q$$



Tabel Kebenaran
Conditional dan Biconditional

p	q	$p \rightarrow q$	p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	B	S	B	S
S	S	B	S	S	B

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$
B	B	S	B
B	S	S	S
S	B	B	B
S	S	B	B



Argument

Argument adalah kesimpulan dari beberapa proposisi $P_1, P_2, \dots, P_n$. Argument dinotasikan dengan:

$$P_1, P_2, \dots, P_n \quad Q$$

Contoh Argument:

P_1 : Jika seorang laki-laki masih bujang, maka dia tidak bahagia

P_2 : Jika seorang tidak bahagia, maka dia mati muda

 Q : Jika seorang laki-laki masih bujang, maka dia mati muda

