A. <u>**Mengenal definisi dan jenis – jenis matriks**</u>

Tujuan Pembelajaran : Siswa dapat mengenal matriks, mengenal jenis – jenis matriks, matriks transpose, dan memahami kesadefinisi maan matriks.

1. **<u>Pengertian matriks</u>** : Matriks adalah susunan bilangan – bilangan yang diatur menurut baris dan kolom dan dibatasi dengan kurung.
   Bilangan – bilangan pada matriks disebut elemen – elemen matriks.
   Suatu matriks ditandai dengan huruf besar, misalnya matriks A, B, C, M, N, P, … dst.

Berikut contoh sebuah matriks :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 10 & 6 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$$

- Nama matriks adalah matriks A
- Ordo suatu matriks ditulis sebagai perkalian dua buah bilangan bulat positif dengan bilangan pertama menyatakan benyaknya baris, dan bilangan kedua menyatakan banyaknya kolom.

  Untuk matriks A di atas ordonya 3x2 atau dinotasikan A_{3x2}.
- Elemen – elemen pada :

  baris pertama : 2 dan -1

  baris kedua : 10 dan 6

  baris ketiga :7 dan -3

  kolom pertama : 2, 10 dan 7

  kolom kedua : -1, 6, dan -3
- a_{11} menyatakan elemen matriks A pada baris pertama kolom pertama,

  a_{12} menyatakan elemen matriks A pada baris pertama kolom kedua,

  a_{ij} menyatakan elemen matriks A pada baris ke-i kolom ke-j, maka :

  $a_{11} = 2$, $a_{12} = -1$, $a_{21} = 10$, $a_{22} = 6$, $a_{31} = 7$, dan $a_{32} = -3$

Kuis !!!

Pada matriks berikut ini, buatlah keterangan – keterangan seperti contoh di atas !

$$a.\ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -6 & 15 & -7 \\ 9 & 8 & -4 \end{pmatrix}$$

$$b.\ P = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 3 \\ -6 & -12 & 4 \end{pmatrix}$$

2. **Jenis – jenis matriks**

Beberapa jenis matriks antara lain :

- Matriks baris
- Matriks kolom
- Matriks persegi
- Matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah
- Matriks diagonal
- Matriks skalar
- Matriks identitas
- Matriks nol
- Matriks sebarang

a. Matriks baris : adalah matriks yang hanya mempunyai satu baris saja, sedangkan banyaknya kolom sebarang .

Di bawah ini contoh Matriks Baris :

$$a.\, A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$b.\, B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

b. Matriks kolom : adalah matriks yang hanya mempunyai satu kolom saja, banyaknya baris sebarang .

Di bawah ini contoh matriks kolom :

$$a. A = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$b. B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 9 \\ -7 \end{pmatrix}$$

c. Matriks persegi: adalah matriks yang mempunyai jumlah baris dan kolom sama .

Di bawah ini contoh matriks persegi :

a. $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$, matriks persegi ordo 2x2 atau ordo 2

b. $M = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 8 \\ 5 & -10 & 11 \\ -5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$, matriks persegi ordo 3

d. Matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah :

Matriks segitiga atas :	elemen di atas diagonal utama sebarang, di bawah diagonal utama nol.
Matriks segitiga bawah :	elemen di bawah diagonal utama sebarang, di atas diagonal utama nol .

Contoh :

a. $M = \begin{pmatrix} 1 & -7 & 8 \\ 0 & -10 & 11 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, matriks segitiga atas.

b. $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -10 & 0 \\ 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, matriks segitiga bawah.

e. Matriks diagonal : matriks persegi dengan elemen pada diagonal utama sebarang sedang yang lain nol.

contoh :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks diagonal .}$$

f. Matriks Skalar : elemen pada diagonal utama adalah bilangan yang sama, yang lain nol .

Contoh :

$$S = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \text{ adalah matriks skalar .}$$

g. Matriks Identitas : adalah matriks persegi dengan elemen pada diagonal utama 1, yang lain nol .

Contoh – contoh :

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$ adalah matriks identitas ordo 2 .

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ adalah matriks identitas ordo 3 .

h. Matriks nol : semua elemennya nol .

Contoh – contoh :

a. $N = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ adalah matriks nol ordo 3x2.

i. Matriks sebarang : matriks yang tidak punya aturan – aturan khusus seperti di atas .

contoh – contoh :

$$a.\ P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$b.\ K = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Tentukan jenis – jenis matriks berikut dan sebutkan ordonya !

a. $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ adalah matriks ……………………..ordonya……….

b. $P = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ adalah matriks ……………………..ordonya……….

c. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ adalah matriks ……………………..ordonya……….

d. $L = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ adalah matriks ……………………..ordonya……….

e. $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 & 4 & -6 \end{pmatrix}$ adalah matriks ……………………..ordonya……….

K u i s … !!!

3. Transpose Matriks

Transpose matriks A adalah matriks baru yang diperoleh dengan mengubah baris menjadi kolom matriks mula – mula, atau sebaliknya.

Transpose matriks A dinotasikan A^T atau A^t .

Contoh – contoh :

a. Jika matriks $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, maka transpose P adalah $P^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$

b. Jika matriks $M = \begin{bmatrix} 10 & 13 & -11 \\ 9 & 17 & 7 \\ -8 & 0 & 15 \end{bmatrix}$, maka transpose M adalah $M^T = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -8 \\ 13 & 17 & 0 \\ -11 & 7 & 15 \end{bmatrix}$

Tentukan transpose dari matriks – matriks berikut !

a. $P = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

b. $S = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 9 & 7 & 7 \\ 8 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

c. $M = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -3 \\ 1 & 10 \end{bmatrix}$

d. $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

4. Lawan matriks

Lawan matriks A dinotasikan –A adalah matriks yang elemennya lawan/ negatif dari matriks A.

contoh :

a. Jika matriks $M = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 3 \\ -6 & -12 & 4 \end{pmatrix}$, maka lawan dari M adalah $-M = -\begin{pmatrix} 2 & -7 & 3 \\ -6 & -12 & 4 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 6 & 12 & -4 \end{pmatrix}$

b. Jika matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -4 & 3 & -1 \\ -6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, maka lawan dari P adalah $-P$

$= -\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ -4 & 3 & -1 \\ -6 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 4 & -3 & 1 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

5. **<u>Kesamaan matriks</u> :**

Dua buah matriks sama jika elemen yang bersesuaian mempunyai nilai yang sama .

Contoh :

Jika matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & x+3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} y-1 & 6 \\ 7-y & -2 \end{pmatrix}$ sedangkan $P^T = Q$, maka carilah nilai $x + y$!

Jawab :

$$P^T = Q \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & x+3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} y-1 & 6 \\ 7-y & -2 \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ x+3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y-1 & 6 \\ 7-y & -2 \end{pmatrix}$$

$y-1 = 2 \Leftrightarrow y = 3$

$x+3=7-y \Leftrightarrow x+3=7-3=4 \Leftrightarrow x=4-3 \Leftrightarrow$
$x=1$

Nilai $x+y = 3+1 = 4$

B. Melakukan operasi aljabar pada matriks

Tujuan Pembelajaran : Siswa dapat melakukan operasi operasi penjumlahan, pengurangan dan perkalian matriks

Operasi aljabar pada matriks

Operasi aljabar pada matriks yang di pelajari adalah :

- Penjumlahan matriks
- Pengurangan matriks
- Perkalian matriks dengan skalar
- Perkalian matriks

1. <u>Penjumlahan matriks</u>

Penjumlahan dua buah matriks akan mendapatkan matriks baru yang elemen – elemennya adalah jumlah dari elemen – elemen yang barsesuaian dari matriks sebelumnya.

Dua buah matriks dapat dijumlahkan syaratnya harus mempunyai ordo yang sama .

Contoh penjumlahan matriks :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 6 & -5 & 9 \\ 2 & -12 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 3 & 2 \\ 7 & 8 & -5 \\ 3 & 15 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+(-5) & -2+3 & 4+2 \\ 6+7 & -5+8 & 9+(-5) \\ 2+3 & -12+15 & 10+(-7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 13 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Pengurangan matriks

Pengurangan dua buah matriks akan menghasilkan metriks lain yang elemen – elemenya merupakan selisih elemen – elemen yang bersesuaian dari matriks sebelumnya.

Dua buah matriks dapat dikurangkan syaratnya mempuntai ordo yang sama .

Contoh pengurangan matriks :

$$\begin{pmatrix} 17 & 5 \\ 5 & -13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & -10 \\ 20 & -2 \\ -23 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17-(-2) & 5-(-10) \\ 5-20 & -13-(-2) \\ -9-(-23) & 7-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17+2 & 5+10 \\ -15 & -13+2 \\ -9+23 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 15 \\ -15 & -11 \\ 14 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Perkalian matriks dengan skalar

Perkalian matriks A dengan skalar k dinotasikan kA akan menghasilkan matriks baru yang elemen –elemennya merupakan hasil perkalian semua elemen – elemen A dengan skalar k .

Contoh perkalian matriks dengan skalar :

Jika matriks $P = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 24 & 18 \end{pmatrix}$, maka :

a. $2P = 2\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 24 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.12 & 2.6 \\ 2.24 & 2.18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 12 \\ 48 & 36 \end{pmatrix}$

b. $\frac{1}{3}P = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 24 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}.12 & \frac{1}{3}.6 \\ \frac{1}{3}.24 & \frac{1}{3}.18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$

4. Perkalian matriks

Perkalian dua buah matriks akan menghasilkan matriks baru yang elemen – elemennya merupakan jumlah dari perkalian setiap elemen baris matriks matriks pertama dengan setiap elemen kolom matriks kedua .

Dua buah matriks dapat dikalikan syaratnya banyaknya kolom matriks pertama sama dengan banyaknya baris matriks kedua atau secara matematis $A_{kxl}.B_{lxm} = C_{kxm}$

Contoh perkalian matriks :

a. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \end{pmatrix}$, maka :

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.2+3.4 & 1.1+3.(-3) & 1.2+3.3 \\ -2.2+2.4 & -2.1+2.(-3) & -2.2+2.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+12 & 1-9 & 2+9 \\ -4+8 & -2-6 & -4+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -8 & 11 \\ 4 & -8 & 2 \end{pmatrix}$$

ordo A 2x2 ordo B 2x3

banyaknya kolom matriks pertama sama dengan banyaknya baris matriks kedua

ordo matriks hasil 2x3

Sedangkan perkalian BA tidak dapat dilaksanakan, mengapa ?

$$
\text{b.}\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 3 & 4\\ 2 & 2 & 5\\ 5 & 1 & 2\end{pmatrix}
$$

$$
=\begin{pmatrix}1.1+2.2+1.5 & 1.3+2.2+1.1 & 1.4+2.5+1.2\\ 1.1+2.2+3.5 & 1.3+2.2+3.1 & 1.4+2.5+3.2\\ 1.1+2.2+1.5 & 1.3+2.2+1.1 & 1.4+2.5+1.2\end{pmatrix}
$$

$$
=\begin{pmatrix}1+4+5 & 3+4+1 & 4+10+2\\ 1+4+15 & 3+4+3 & 4+10+6\\ 1+4+5 & 3+4+1 & 4+10+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10 & 8 & 16\\ 20 & 10 & 20\\ 10 & 8 & 16\end{pmatrix}
$$

K u i s . . . !!!

1. Jika diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$:

   a. Tentukan hasil A+B dan B+A, apa kesimpulan anda?
   b. Tentukan hasil A-B dan B-A
   c. Tentukan hasil AB dan BA, apa kesimpulan anda?

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 8 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ dan matriks $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$:

   a. Tentukan hasil $A+B^T$
   b. Tentukan hasil A^T-B
   c. Tentukan hasil AB dan BA jika dapat dilaksanakan !

C. Menentukan determinan matriks

Tujuan Pembelajaran : *Siswa dapat menentukan determinan matriks*

<u>Determinan matriks ordo 2x2</u>

Untuk setiap matriks persegi $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ determinan matriks A dinotasikan det A atau $|A|$, didefinisikan :

$$\boxed{|\mathbf{A}| = \mathbf{ad} - \mathbf{bc}}$$

Di bawah ini contoh menghitung determinan matriks :

contoh 1 : Diketahui matriks – matriks : a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, b. $P = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$, dan c. $M = \begin{pmatrix} 4 & 13 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$, carilah determinannya !

Jawab a : $|A| = ad - bc = 1.4 - 2.3 = 4 - 6 = -2$

Jawab b : $|P| = ad - bc = 2.(-3) - (-2).4 = -6 - (-8) = -6 + 8 = 2$

Jawab c : $|M| = ad - bc = 4.12 - 13.5 = 48 - 65 = -17$

contoh 2 : Jika determinan matriks $P = \begin{pmatrix} x & x \\ 2 & (x-2) \end{pmatrix}$ bernilai 45, carilah nilai x yang mungkin !

Jawab :

$$|P| = 45$$

$$\begin{vmatrix} x & x \\ 2 & (x-2) \end{vmatrix} = 45$$

$$x(x-2) - x.2 = 45$$

$$x^2 - 2x - 2x = 45$$

$$x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$(x-9)(x+5) = 0$$

$$(x-9) = 0 \text{ atau } (x+5) = 0$$

$$x = 9 \text{ atau } x = -5$$

Determinan matriks ordo-3

Menghitung determinan matriks menggunakan metode Sarrus :

Hitung determinan matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

Jawab :

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 6 \end{vmatrix} = \left|\begin{matrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 6 \end{matrix}\right|\left.\begin{matrix} 1 & 2 \\ 5 & -2 \\ 2 & -2 \end{matrix}\right|$$

= [1.(-2).6 + 2.4.2 + (-3).5.(-2)] –
[2.(-2).(-3) + (-2).4.1 + 6.5.2]

= [-12+16+30] – [12-8+60]

= 34 - 64
= - 30

Tentukan determinan matriks – matriks :

a. $P = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 3 & 7 & 3 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

b. $Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

Menghitung determinan matriks dengan ekspansi baris atau kolom

Hitung determinan matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

Tentukan determinan matriks – matriks :

Jawab :

Misalkan akan diekspansikan baris pertama

Maka :

$$|A| = +1\begin{vmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + (-3)\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$a.\ P = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 3 & 7 & 3 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Koefisien dan tanda

$$\begin{matrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{matrix}$$

$$= 1(-12+8) - 2(30-8) - 3(-10+4)$$

$$= -4 - 44 + 18$$

$$b.\ Q = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$= -30$$

Hasil ini akan sama jika kita mengeskpansikan baris ke-2, baris ke-3, kolom ke-1, kolom ke-2 atau kolom ke-3 .

INVERS MATRIKS ORDO-3

Jawab :

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{7} \\ \mathbf{2} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$, **maka :** a . $|A| = 5.3 - 7.2 = 15 - 14 = 1$

b. $\text{Adj.}A = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

c. $A^{-1} = \dfrac{1}{|A|}.\text{Adj.}A = \dfrac{1}{1}\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

d. $AA^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.3 + 7.(-2) & 5.(-7) + 7.5 \\ 2.3 + 3.(-2) & 2.(-7) + 3.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$, dan $A^{-1}A$

$= \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.5 + (-7).2 & 3.7 + (-7).3 \\ (-2).5 + 5.2 & (-2).7 + 5.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$

e. Kesimpulan : $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

E. Menyelesaikan persamaan matriks menggunakan invers matriks

Tujuan pembelajaran : *Siswa dapat menyelesaikan persamaan matriks bentuk*

$$AX = B \text{ dan } XA = B$$

Sifat – sifat penting :

- $AI = IA = A$

  Perkalian suatu matriks dengan matriks Identitas atau sebaliknya perkalian matriks identitas dengan sebarang matriks akan menghasilkan matriks itu sendiri .

- $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

  Perkalian suatu matriks dengan inversnya atau sebaliknya perkalian invers suatu matriks dengan matriks mula – mula akan menghasilkan matriks identitas .

Berikut konsep cara penyelesaiannya :

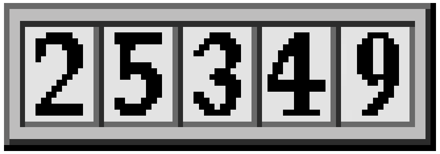
untuk pembahasan matriks ordo – 2

dari persoalan $AX = B$

oleh karena

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \text{maka :}$$

$$X = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.B$$



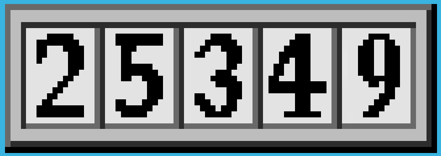
Ingat !!!

Bentuk:

$AI = IA = I$

dan

$AA^{-1}=A^{-1}A=i$



Contoh : Carilah matriks X yang memenuhi persamaan $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

Jawab :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}}_{A} X = \underbrace{\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}}_{B}$$

maka : $AX = B$, sehingga :

$$X = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.B$$

$$X = \frac{1}{2.5 - 3.3}\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 5.5 + (-3).(-2) & 5.3 + (-3).2 \\ 3.5 + 5.(-2) & 3.3 + 5.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 + 6 & 15 - 6 \\ 15 - 10 & 9 + 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 31 & 9 \\ 5 & 27 \end{pmatrix}$$

∆ matriks $X = \begin{pmatrix} 31 & 9 \\ 5 & 27 \end{pmatrix}$

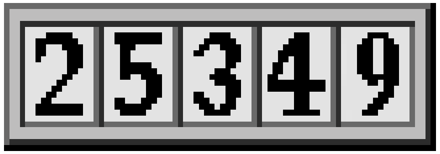
untuk pembahasan matriks ordo – 2

dari persoalan XA = B

oleh karena

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, \text{maka :}$$

$$X = B.\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$



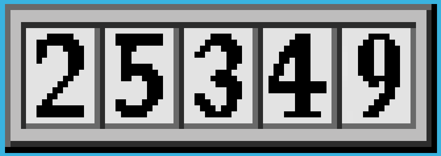
Ingat !!!

Bentuk :

AI = IA = I

dan

AA^{-1}=$A^{-1}A$=i



K u i s ... !!!

Carilah matriks X yang memenuhi persamaan matriks berikut !

a. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

b. $X \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -12 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$

1. Menyelesaikan persamaan linier menggunakan matriks

Tujuan pembelajaran : *Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linier menggunakan determinan matriks dan persamaan matriks*

SKEMA CARA PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINIER:

CARA MATRIKS

Jawab :

$2x + 3y = 4$

$5x + 7y = 2$

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 2.7 - 3.5 = 14 - 15 = -1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 4.7 - 3.2 = 28 - 6 = 22$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 2.2 - 4.5 = 4 - 20 = -16$$

$$\text{Maka : } x = \frac{D_x}{D} = \frac{22}{-1} = -22, \text{dan } y = \frac{D_y}{D} = \frac{-16}{-1} = 16$$

$$\textbf{Jadi HP} = \{(-22, 16)\}$$

b. <u>Menyelesaikan sistem persamaan linier menggunakan persamaan matriks</u>

Untuk sebarang persamaan linier dua vareabel :

a x + b y = c

p x + q y = r,

maka persamaan tesebut dapat ditulis dalam bentuk matriks :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{p} & \mathbf{q} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix}$$

Matriks koefisien

AX = B, penyelesaiannya :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{aq - bp}\begin{pmatrix} q & -b \\ -p & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c \\ r \end{pmatrix}$$

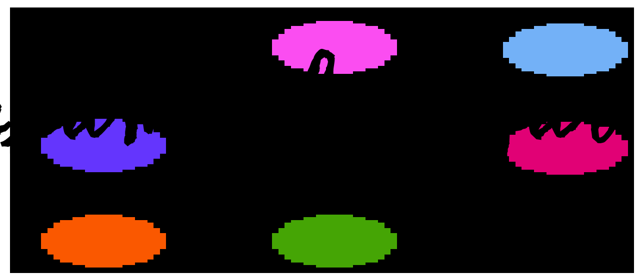
K u i s … !!!

Carilah himpunan penyelesaian persamaan :

a. $2x+3y=4$ b. $5x+8y=1$

$5x+7y=2$ $-x -2y =6$

menggunakan persamaan matriks !

Se  ...!!!

Langkah – langkah menentukan invers matriks ordo-3

Langkah 1

Langkah 2

Langkah 3

Langkah 4

Tentukan invers matriks :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$