

ALJABAR LINEAR

RUANG VEKTOR

Definisi

- Himpunan tak kosong V disebut ruang vektor jika memenuhi
 1. Untuk sebarang $u, v \in V$ berlaku $u+v \in V$
 2. $u+v = v+u$
 3. $u+(v+w) = (u+v)+w$
 4. Terdapat $0 \in V$ (vektor nol) sehingga untuk setiap $u \in V$ berlaku $0+u=u+0 \in V$
 5. Untuk sebarang $u \in V$ terdapat $-u \in V$ sehingga $u+(-u) = (-u)+u = 0$
-

Definisi Cont.

6. Jika k adalah sebarang skalar dan $u \in V$,
maka $ku \in V$

7. $k(u+v) = ku+kv$

8. $(k+l)u = ku+lu$

9. $k(lu) = (kl)u$

10. $1u = u$

□ Contoh:

■ Himpunan $V = \mathbb{R}^n$ dengan operasi standar penjumlahan dan perkalian

Ruang Bagian (Subruang)

- Suatu himpunan bagian W dari suatu ruang vektor V disebut subruang dari V jika W adalah ruang vektor di bawah penjumlahan dan perkalian skalar yang didefinisikan pada V
-

Contoh

Subruang dari \mathbb{R}^2	Subruang dari \mathbb{R}^3
<ol style="list-style-type: none">1. Himp vektor 02. Garis-garis yang melalui titik asal3. \mathbb{R}^2	<ol style="list-style-type: none">1. Himp vektor 02. Garis-garis yang melalui titik asal3. Bidang-bidang yang melalui titik asal4. \mathbb{R}^3

Kombinasi Linear

- Suatu vektor w disebut kombinasi linear dari v_1, v_2, \dots, v_n jika bisa dinyatakan dalam bentuk

$$w = k_1v_1 + k_2v_2 + \dots + k_nv_n$$

dengan k_1, k_2, \dots, k_n skalar

Contoh

□ Tunjukkan bahwa vektor $v=(a,b,c)$ dalam R^3 bisa dinyatakan sebagai kombinasi linear dari vektor basis standar $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,1)$

□ Penyelesaian:

$$\begin{aligned} v &= (a,b,c) \\ &= a(1,0,0) + b(0,1,0) + c(0,0,1) \end{aligned}$$

Contoh

- Diketahui $u=(1,2,-1)$ dan $v=(6,4,2)$ dalam \mathbb{R}^3 . Apakah $w=(9,2,7)$ merupakan kombinasi linear dari u dan v ?
-

Penyelesaian

□ $w = k_1u + k_2v$

$$(9, 2, 7) = k_1(1, 2, -1) + k_2(6, 4, 2)$$

$$(9, 2, 7) = (k_1, 2k_1, -k_1) + (6k_2, 4k_2, 2k_2)$$

$$(9, 2, 7) = (k_1 + 6k_2, 2k_1 + 4k_2, -k_1 + 2k_2)$$

$$k_1 + 6k_2 = 9$$

$$2k_1 + 4k_2 = 2$$

$$-k_1 + 2k_2 = 7$$

□ Didapat $k_1 = -3, k_2 = 2$

□ Jadi $w = -3u + 2v$

Soal

- Diketahui $u=(1,2,-1)$ dan $v=(6,4,2)$ dalam \mathbb{R}^3 . Apakah $w=(4,-1,8)$ merupakan kombinasi linear dari u dan v ?
-